

NOI2018 湖南省组队选拔赛

第一试试题

一. 题目概况

题目名称	寻宝游戏	转盘	毒瘤
目录	hunt	circle	duliu
可执行文件名	hunt	circle	duliu
输入文件名	hunt.in	circle.in	duliu.in
输出文件名	hunt.out	circle.out	duliu.out
每个测试点时限	1 秒	2 秒	1 秒
测试点数目	10	10	20
每个测试点分值	10	10	5
结果比较方式	整数比较, 多行 单个数字比较	整数比较, 多行 单个数字比较	整数比较, 单行单 个数字比较
题目类型	传统	传统	传统
内存上限	512M	512M	512M

二. 提交源程序需加后缀

对于 C++语言	hunt.cpp	circle.cpp	duliu.cpp
对于 C 语言	hunt.c	circle.c	duliu.c
对于 Pascal 语言	hunt.pas	circle.pas	duliu.pas

三. 编译命令

对于 C++语言	g++ -o hunt hunt.cpp -lm	g++ -o circle circle.cpp -lm -O2	g++ -o duliu duliu.cpp -lm
对于 C 语言	gcc -o hunt hunt.c -lm	gcc -o circle circle.cpp -lm -O2	gcc -o duliu duliu.cpp -lm
对于 Pascal 语言	fpc hunt.pas	fpc circle.pas -O2	fpc duliu.pas

注意事项:

- (1) 选手必须在自己的工作目录下操作, 严禁在其他目录下工作。目录结构请遵从 NOI 规范, 即需要在工作目录下再为每个题目建相应子目录, 子目录名为对应题目的英文名。
- (2) 选手最后提交的源程序 (.pas 或 .c 或 .cpp) 必须在自己的工作目录里对应子目录下, 对于缺少文件者, 不予测试, 该题计零分。
- (3) 子目录名、源程序文件名和输入输出文件名必须使用英文小写。
- (4) 特别提醒: 评测在 NOI Linux 下进行。

第 1 题：寻宝游戏(hunt)，运行时限 1s，内存上限 512M，100 分。

【问题描述】

某大学每年都会有一次 Mystery Hunt 的活动，玩家需要根据设置的线索解谜，找到宝藏的位置，前一年获胜的队伍可以获得这一年出题的机会。

作为新生的你，对这个活动非常感兴趣。你每天都要从西向东经过教学楼一条很长的走廊，这条走廊是如此的长，以至于它被人戏称为 infinite corridor。一次，你经过这条走廊的时候，注意到在走廊的墙壁上隐藏着 n 个等长的二进制的数字，长度均为 m 。你从西向东将这些数字记录了下来，形成一个含有 n 个数的二进制数组 a_1, a_2, \dots, a_n 。

很快，在最新的一期 Voo Doo 杂志上，你发现了 q 个长度也为 m 的二进制串 r_1, r_2, \dots, r_q 。

聪明的你很快发现了这些数字的含义。

保持数组 a_1, a_2, \dots, a_n 的元素顺序不变，你可以在它们之间插入 \wedge （按位与运算）或者 \vee （按位或运算）两种二进制运算符。例如： $11011 \wedge 00111 = 00011$ ， $11011 \vee 00111 = 11111$ 。

你需要插入恰好 n 个运算符，相邻两个数之间恰好一个，在第一个数的左边还有一个。如果在第一个运算符的左边补入一个 0，这就形成了一个运算式，我们可以计算它的值。与往常一样，运算顺序是从左往右。有趣的是，出题人已经告诉你这个值的可能的集合——Voo Doo 杂志里的那一些二进制数 r_1, r_2, \dots, r_q ，而解谜的方法，就是对 r_1, r_2, \dots, r_q 中的每一个值 r_i ，分别计算出有多少种方法填入这 n 个运算符，使得这个运算式的值是 r_i 。

然而，infinite corridor 真的很长，这意味着数据范围可能非常大。因此，答案也可能非常大，但是你发现由于谜题的特殊性，你只需要答案模 $1000000007(10^9 + 7, \text{一个质数})$ 的值。

【程序文件名】

源程序文件名为 hunt.cpp/c/pas。

【输入格式】

输入文件名为 hunt.in。

第一行三个数 n, m, q ，含义如题所述。

接下来 n 行，其中第 i 行有一个长度为 m 的二进制串，左边是最高位，表示 a_i 。

接下来 q 行，其中第 i 行有一个长度为 m 的二进制串，左边是最高位，表示 r_i 。

【输出格式】

输出文件名为 hunt.out。

输出 q 行，每行一个数，其中第 i 行表示对应于 r_i 的答案。

【输入输出样例 1】

hunt.in	hunt.out
5 5 1	6
01110	
11011	
10000	
01010	
00100	
00100	

【样例解释 1】

有以下且仅有以下六个运算式的值是 00100_2 ：(下标 2 表示被标识的数是二进制数)

$$\begin{aligned}
 &0 \wedge 01110_2 \wedge 11011_2 \vee 10000_2 \wedge 01010_2 \vee 00100_2 \\
 &0 \vee 01110_2 \vee 11011_2 \wedge 10000_2 \wedge 01010_2 \vee 00100_2 \\
 &0 \wedge 01110_2 \vee 11011_2 \wedge 10000_2 \wedge 01010_2 \vee 00100_2 \\
 &0 \vee 01110_2 \wedge 11011_2 \wedge 10000_2 \wedge 01010_2 \vee 00100_2 \\
 &0 \wedge 01110_2 \wedge 11011_2 \wedge 10000_2 \wedge 01010_2 \vee 00100_2 \\
 &0 \vee 01110_2 \vee 11011_2 \vee 10000_2 \vee 01010_2 \wedge 00100_2
 \end{aligned}$$

【输入输出样例 2】

hunt.in	hunt.out
10 10 3	69
0100011011	0
0110100101	5
1100010100	
0111000110	
1100011110	
0001110100	
0001101110	
0110100001	
1110001010	
0010011101	
0110011111	
1101001010	
0010001001	

【数据范围】

对于 10% 的数据， $n \leq 20, m \leq 30, q = 1$

对于另外 20% 的数据， $n \leq 1000, m \leq 16$

对于另外 40% 的数据， $n \leq 500, m \leq 1000$

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 1000, 1 \leq m \leq 5000, 1 \leq q \leq 1000$

【提示】

输入文件可能很大，请注意读入效率。

【编译命令】

对于 c++ 语言： `g++ -o hunt hunt.cpp -lm`

对于 c 语言： `gcc -o hunt hunt.c -lm`

对于 pascal 语言： `fpc hunt.pas`

第 2 题：转盘(circle), 运行时限 2s, 内存上限 512M, 100 分。

【问题描述】

一次小 G 和小 H 原本准备去聚餐，但由于太麻烦了于是题面简化如下：

一个转盘上有摆成一圈的 n 个物品（编号 1 至 n ），其中第 i 个物品会在 T_i 时刻出现。

在 0 时刻时，小 G 可以任选 n 个物品中的一个，我们将其编号记为 s_0 。并且如果 i 时刻选择了物品 s_i ，那么 $i + 1$ 时刻可以继续选择当前物品或者选择下一个物品。当 s_i 为 n 时，下一个物品为物品 1，否则下一个物品为 $s_i + 1$ 。在每一时刻（包括 0 时刻）如果小 G 所选择的物品已经出现了，那么小 G 将会标记它。小 H 想知道，在物品选择的最优策略下，小 G 什么时候能标记所有物品？

但麻烦的是，物品的出现时间会不时修改。我们将其描述为 m 次修改，每次修改将改变其中一个物品的出现时间。每次修改之后，你也要求出当前局面的答案。对于其中部分测试点，小 H 还追加了强制在线的要求。

【程序文件名】

源程序文件名为`circle.cpp/c/pas`。

【输入格式】

输入文件名为`circle.in`。

第一行三个非负整数 n 、 m 、 p ，代表一共有 n 个物品， m 次修改。 p 只有 0 或 1 两种取值，强制在线时 p 为 1，否则为 0。本节后面将解释如何使用 p 。

接下来一行，有 n 个用空格隔开的非负整数，第 i 个数 T_i 代表物品 i 的出现时间。

接下来 m 行，每行两个非负整数 x 、 y ，代表一次修改及询问。修改方式如下：

(1) 如果 $p = 0$ ，则表示物品 x 的出现时间 T_x 修改为 y 。

(2) 如果 $p = 1$ ，则先将 x 和 y 分别异或 $LastAns$ 得到 x' 和 y' ：即 $x' = x \text{ xor } LastAns$ ， $y' = y \text{ xor } LastAns$ 。然后将物品 x' 的出现时间 $T_{x'}$ 修改为 y' 。其中的 $LastAns$ 是前一个询问的答案；特别的，第一次修改时的 $LastAns$ 为初始局面的答案。其中的 xor 为按位异或运算，例如 $1 \text{ xor } 2 = 3$ ， $4 \text{ xor } 5 = 1$ ， $6 \text{ xor } 11 = 13$ 。

保证输入合法。

【输出格式】

输出文件名为`circle.out`。

第一行一个整数代表初始局面的答案。

接下来 $m + 1$ 行每行一个整数分别代表每次修改后的答案。

【输入输出样例】

circle.in	circle.out
5 3 0	5
1 2 3 4 5	7
3 5	6
5 0	7
1 4	

【样例解释】

第1次询问为：对于5个物品的出现时间分别是1、2、3、4、5时，最早什么时候标记完所有物品？其中一个最优策略为：在时刻0和1时都选择物品1，而在时刻2~5都选择下一物品。其中0时刻选择物品1尚未出现，无法标记。

第3次询问为：对于5个物品的出现时间分别是1、2、5、4、0时，最早什么时候标记完所有物品？。其中一个最优策略为：从时刻0至时刻6分别选择物品4、5、1、2、3、3、4。其中时刻0和时刻4时，所选物品尚未出现，其余时刻的所选物品都能被标记。

【数据范围】

测试点编号	n	m	T_i/T_x	p	
1	≤ 10	≤ 10	≤ 10	= 0	
2	≤ 1000	= 0	≤ 1000		
3	≤ 100000				
4	≤ 5000	≤ 5000			
5	≤ 80000	≤ 80000	≤ 100000		
6					
7	≤ 90000	≤ 90000			= 1
8	≤ 90000	≤ 90000			= 0
9	≤ 100000	≤ 100000			= 1
10					= 0

对于所有数据，保证 $3 \leq n \leq 10^5$ ， $0 \leq m \leq 10^5$ ， $0 \leq T_i/T_x \leq 10^5$ 。

【编译命令】

对于 c++语言： `g++ -o circle circle.cpp -lm -O2`

对于 c 语言： `gcc -o circle circle.c -lm -O2`

对于 pascal 语言： `fpc circle.pas -O2`

提示：本题将开启 O2 优化指令。

第 3 题：毒瘤(duliu)，运行时限 1s，内存上限 512M，100 分。

【问题描述】

从前有一名毒瘤。

毒瘤最近发现了量产毒瘤题的奥秘。考虑如下类型的数据结构题：给出一个数组，要求支持若干种奇奇怪怪的修改操作（例如给一个区间内的数同时加上 c ，或者将一个区间内的数同时开平方根），并且支持询问区间的和。毒瘤考虑了 n 个这样的修改操作，并将它们编号为 $1 \sim n$ 。当毒瘤要出数据结构题的时候，他就将这些修改操作中选若干个出来，然后出成一道题。

当然了，这样出的题有可能不可做。通过精妙的数学推理，毒瘤揭露了这些修改操作之间的关系：有 m 对“互相排斥”的修改操作，第 i 对是第 u_i 个操作和第 v_i 个操作。当一道题中同时含有 u_i 和 v_i 这两个操作时，这道题就会变得不可做。另一方面，当一道题中不包含任何“互相排斥”的操作时，这个题就是可做的。此外，毒瘤还发现了一个规律： $m - n$ 是一个很小的数字（参见“数据范围”中的说明），且任意两个修改操作都是连通的。两个修改操作 a, b 是连通的，当且仅当存在若干操作 t_0, t_1, \dots, t_l ，使得 $t_0 = a$ ， $t_l = b$ ，且对任意 $1 \leq i \leq l$ ， t_{i-1} 和 t_i 都是“互相排斥”的修改操作。

一对“互相排斥”的修改操作称为互斥对。现在毒瘤想知道，给定值 n 和 m 个互斥对，他一共能出出多少道可做的不同的数据结构题。两个数据结构题是不同的，当且仅当其中某个操作出现在了其中一个题中，但是没有出现在另一个题中。

【程序文件名】

源程序文件名为 `duliu.cpp/c/pas`。

【输入格式】

输入文件名为 `duliu.in`。

第一行为正整数 n, m 。

接下来 m 行，每行两个正整数 u, v ，代表一对“互相排斥”的修改操作。

【输出格式】

输出文件名为 `duliu.out`。

输出一行一个整数，表示毒瘤可以出的可做的不同的数据结构题的个数。这个数可能很大，所以只输出模998244353后的值。

【输入输出样例 1】

duliu.in	duliu.out
3 2 1 2 2 3	5

【样例解释 1】

可做的数据结构题有：空集， $\{1\}$ ， $\{2\}$ ， $\{3\}$ ， $\{1,3\}$ 。注意：空集是合法的数据结构题。

【输入输出样例 2】

duliu.in	duliu.out
6 8	16
1 2	
1 3	
1 4	
2 4	
3 5	
4 5	
4 6	
1 6	

【输入输出样例 3】

duliu.in	duliu.out
12 18	248
12 6	
3 11	
8 6	
2 9	
10 4	
1 8	
6 2	
11 5	
10 6	
12 2	
9 3	
7 6	
2 7	
3 2	
7 3	
5 6	
2 11	
12 1	

【数据范围】

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	测试点编号	$n \leq$	$m \leq$
1 ~ 4	20	$n + 10$	5 ~ 6	100000	$n - 1$
7 ~ 8	100000	n	9	3000	$n + 1$
10 ~ 11	100000	$n + 1$	12 ~ 14	3000	$n + 10$
15 ~ 16	100000	$n + 7$	17 ~ 20	100000	$n + 10$

对所有数据, $n \leq 10^5$, $n - 1 \leq m \leq n + 10$ 。

【编译命令】

对于 c++ 语言: `g++ -o duliu duliu.cpp -lm`

对于 c 语言: `gcc -o duliu duliu.c -lm`

对于 pascal 语言: `fpc duliu.pas`